LYCEE SECONDAIRE
9 AVRIL 1938
Sidi Bouzid

Série 1
$3^{ème}$ année
2003-2004

EXERCICE N°1

Soient les suites U et V définies sur IN* par:

Un = 2+2(2+1)+3(3+1)+4(4+1)+………+n(n+1) et Vn= $\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

1- Calculer U_1;U_2 et U_3
2- Montrer que pour tout n de IN* on a Un=Vn
3- Calculer U_6, U_{11} et U_{15}

EXERCICE N°2

Montrer que pour tout n de IN*

1- 9 divise (10^n-1)
2- 17 divise $3x5^{2n-1}+2^{3n-2}$
3- 7 divise $3^{2n+2}-2^{n+1}$

EXERCICE N°3

Soit la suite Un définie sur IN par U0=9 et pour tout n de IN : Un+1= $\frac{u_n^2+9}{2u_n}$

1- montrer par récurrence que : Un >3 pour tout n entier naturel
2- On pose $v_n=\frac{u_n-3}{u_n+3}$
   a) Etablir que $U_{n+1}-3=\frac{(u_n-3)^2}{2u_n}$ et $U_{n+1}+3=\frac{(u_n+3)^2}{2u_n}$
   b) En déduire V_{n+1} en fonction de V_n
   c) Démontrer par récurrence que pour tout n de IN*: Vn= $(\frac{1}{2})^{2^n}$

EXERCICE N°4

Montrer par récurrence que pour tout n de IN*: 1x3+2x4+3x5+….+n(n+2)= $\frac{1}{6}$ n(n+1)(2n+7)

EXERCICE N°5

Soit la suite (u_n) définie sur IN par : $u_n=\frac{3n+2}{n+4}$

1-Calculer $u_0,u_1,u_5,u_{21},u_{98}$

2-Montrer que pour tout entier naturel n on a : $\frac{1}{2}\leq u_n \leq 3$

EXERCICE N°6

On considère la suite définie par : $\begin{cases} u0=1 \\ un+1=\frac{un}{1+u_n} \text{ pour tout} n\in IN \end{cases}$

1-Montrer par récurrence que pour tout entier naturelle on a :$0< u_n \leq 1$
2-Montrer que pour tout entier naturelle n on a :$Un+1 \leq Un$
3-On pose $Vn=\frac{1}{Un}$
a-Calculer V_0 et V_1
b-Montrer que la suite V est arithmétique dont-on précisera son premier terme et sa raison
c-Donner Vn en fonction de n puis Un en fonction de n
d-Donner la valeur de $S=\sum_{k=1}^{10} v_k$

EXERCICE N°8

On considère la suite (Un) définie par : $\begin{cases} u0=1 \\ un+1=\sqrt{un^2+2} \text{ pour tout} n \in IN \end{cases}$

1-Montrer que pour tout entier n on a : Un>0
2-Montrer que pour tout entier n on a : Un+1>Un
3-On pose $Vn = u_n^2$
a-Montrer que Vn est une suite arithmétique
b-Calculer Vn puis Un en fonction de n
c-Donner en fonction de n la valeur de $S=\sum_{k=1}^{n} v_k$

EXERCICE N°9

Soit (Un) une suite arithmétique de premier terme U_0 et de raison r
1-On donne $U_5=11$ et $U_8=41$ calculer U_0 et r
2-Sachant que r=-3,U1=6 et $\sum_{k=0}^{n} u_k = -90$ calculer n

EXERCICE N°10

1-Soit Un une suite arithmétique de raison r
a-Calculer U_3,U_7 et U_{80} connaissant $U_{50}=20$ et r=-2
b-Calculer U_{100} et r connaissant $S=U_0+U_1+\ldots\ldots+U_{100}=2513$ et $U_0=9$
2-On désigne par V une suite géométrique de raison q
a-Calculer V_3,V_6 et Vn Connaissant V8=768 et q=2
b-Calculer S= V0+V1+…………………………+Vn connaissant V0=2 et q=3

EXERCICE N°11

1-Soit $a \in IR-\{0,\frac{1}{2}\}$, on pose $A=\frac{2a^2-a+1}{2a^2-a}$;$B=\frac{2a}{2a-1}$ et $C=\frac{a+1}{a}$ .Montrer que A,B et C sont trois termes consécutifs d'une suite arithmétique
2-Déterminer le réel x pour que (x+1),(x+7) et (x+31) soit dans cette ordre trois termes consécutifs d'une suite géométrique